Министерство образования и науки Российской Федерации

Государственное образовательное автономное учреждение высшего образования «Уральский федеральный университет

имени первого президента России .Б.Н.Ельцина»

Институ строительства и архитектуры

Кафедра Гидравлика

КОНСПЕКТ ЛЕКЦИЙ

по дисциплине «Механика жидкости и газа»

для студентов очной и очно-заочной форм обучения

направление обучения 08.03.01 – Строительство (бакалавриат)

направление подготовки 08.05.01 – Строительство (специалитет)

Екатеринбург, 2919 г.

**Литература:**

1. А.Д. Альтшуль, Л.С. Животовский, Л.П. Иванов «Гидравлика и аэродинамика»
2. И.В. Прозоров, Г.И. Николадзе, А.В. Минаев «Гидравлика, водоснабжение и канализация»
3. А.А. Лучшева «Основы гидравлики и гидрометрии»
4. Б.О. Ботук «Гидравлика»
5. Куколевский И.И. // Бутаев Д.А. «Сборник задач по машиностроительной гидравлике»

или

(Д.А. Бутаев «Сборник задач по гидравлике для технических вузов)

**Исторические данные**

Некоторые принципы гидростатики (теория равновесия жидкости) были установлены Архимедом за 250 лет до н.э., а затем развиты Галилеем (1564 – 142 гг.) и Паскалем (1623 – 1662 гг.).

|  |  |
| --- | --- |
| Леонардо да Винчи -  (1452 – 1519 гг.) | положил начало экспериментальной гидравлике, исследовав некоторые вопросы движения воды в каналах, через отверстия и водосливы |
| Эванджелиста  Торичелли -  (1608 – 1647 гг.) | предложил формулу для скорости жидкости, вытекающей из отверстия |
| Исаак Ньютон –  (1642-1724 гг.) | высказал основные положения о внутреннем трении в движущихся жидкостях |
| Даниил Бернулли –  (1700 – 1782 гг.)  Леонард Эйлер  (1707 – 1783 гг.) | разработали общие уравнения движения идеальной жидкости. Однако применение этих уравнений к практическим задачам не всегда приводило к удовлетворительным результатам. |
| Шези, Дарси, Базен, Вейсбах –  (конец XVIII века) | опытным путем изучали движение воды в различных частных случаях. Развитие эмпирической гидравлики |

К концу XIX в. началось сближение эмпирической гидравлики и теоретической гидродинамики, когда сформировалась теория, основанная на исследовании структуры потока.

|  |  |
| --- | --- |
| Николай Павлович –Петров  (1836 – 1920 гг.) | законы внутреннего трения при ламинарном движении жидкости |
| Осборн Рейнольдс –  (1848 – 1912 гг.) | законы перехода от ламинарного движения к турбулентному |
| Николай Егорович - Жуковский  (1849 – 1921 гг.) | изучение турбулентных потоков |

***Техническая гидромеханика основана на законах сохранения энергии, количества движения и массы, а также на правилах перехода механической энергии в тепловую.***

Гидромеханика

|  |  |
| --- | --- |
| **гидростатика** – изучает законы равновесия, когда жидкость находится в покое | **гидродинамика** - изучает законы движения жидкости |

Основные задачи гидродинамики:

1. Внутренняя задача

изучение движения жидкости в

окружении твердых поверхно-

стей

1. Внешняя задача

изучение движения твердых тел

в потоках жидкости

1. Струйная задача

изучение движения струй жид-

кости (т.е. взаимодействие по-

токов)

1. Смешанная задача

есть элементы нескольких

задач

**Основные свойства жидкости**

Жидкость отличается от твердого тела легкой подвижностью частиц. Изменение формы жидкости происходит под действием очень малых сил (жидкость течет под действием собственного веса).

В гидромеханике ***жидкостью*** *называется любая среда, обладающая свойством текучести*.

По механическим свойствам жидкости разделяются на два класса:

|  |  |
| --- | --- |
| **капельные жидкости –** | это малосжимаемые жидкости, обладающие фиксированным объемом |
| **газообразные жидкости –** | это хорошо сжимаемые жидкости, занимающие весь предоставленный им объем |

*Таким образом, газообразные жидкости под действием приложенных к ним сил могут менять как форму, так и объем, а капельные жидкости – только форму.*

1. **Плотность** – это масса жидкости, заключенной в единичный объем

[ρ]=кг/м3

Плотность воды при t=40C

Если жидкость неоднородна, то формула - определяет лишь среднюю плотность жидкости.

Для определения плотности в конкретной точке используется формула

(масса бесконечно малого объема неоднородной жидкости)

1. **Удельный вес** – вес единицы объема жидкости

Для неоднородной жидкости

(вес бесконечно малого объема неоднородной жидкости)

Плотность и удельный вес связаны между собой соотношением:

где *g* – 9,81 м/с2 – ускорение свободного падения

1. **Относительная плотность жидкости (относительный удельный вес)** – это отношение плотности (уд. веса) жидкости к плотности (уд. весу) воды

[δ] – безразмерная величина

Плотность

Удельный вес зависят от давления и

Относительный уд. вес температуры

Относительная плотность

1. **Текучесть** – способность жидкости деформироваться под действием малых касательных сил.
2. Жидкости и газы, имея общее свойство текучести, отличаются **сжимаемостью (упругостью)**.

|  |  |
| --- | --- |
| **Сжимаемость –**  **(упругость)** | это способность уменьшать свой объем под воздействием давления и восстанавливать свой объем при прекращении воздействия. |

Количественной это свойство характеризуется **модулем упругости Е** или **коэффициентом объемного сжатия βw**.

[E]=Па [βw]=Па-1

|  |  |
| --- | --- |
| **Коэффициент объемного сжатия βw** | - это относительное уменьшение объема при увеличении внешнего давления на 1 атмосферу |

Чем ↑ Е, тем менее сжимаема жидкость.

– относительное изменение объема жидкости на единицу изменения давления,

где W – начальный объем жидкости;

∆W – изменение этого объема при увеличении давления на величину ∆P.

«‑» - т.к. положительному приращению давления соответствует отрицательное приращение (уменьшение) объема.

Коэффициент объемного сжатия βw капельных жидкостей мало меняется при изменении давления и температуры.

Для воды: Е = 2∙109 Па

При ↑ Р на 1 атм, WH2O ↓ на 1/2.000.000.000 от начальной величины.

Во многих случаях сжимаемостью капельных жидкостей можно пренебречь, считая уд. вес и плотность не зависящими от давления

**– для капельных жидкостей**

Сжимаемость жидкости учитывается только в особых случаях (например, при гидравлическом ударе).

где ρ – плотность жидкости

*а* – скорость звука в среде

Таким образом, чем ↑ Е (модуль упругости), тем ↑ *а*.

*а* = 340 м/с – для воздуха

*а* = 1400 м/с для воды.

1. **Температурное расширение жидкости** – это способность жидкости увеличивать свой объем при увеличении температуры.

– коэффициент температурного расширения, показывает относительное приращение объема жидкости при увеличении температуры на 1 градус.

– для жидкостей ничтожно мал и в практических расчетах не учитывается.

**– для капельных жидкостей**

1. **Вязкость**

Движение жидкостей и газов под действием внешних сил сопровождается деформацией – т.е. сдвигом или скольжением одного слоя жидкости относительного другого. При этом между слоями возникают силы внутреннего трения.

|  |  |
| --- | --- |
| **Вязкость** – | это способность жидкости оказывать сопротивление деформации сдвига |

Это свойство связано со взаимным притяжением молекул жидкости.

Пусть жидкость течет вдоль плоской стенки параллельными слоями. Из-за тормозящего влияния стенки слои жидкости будут двигаться с разными скоростями.

Частицы жидкости, находящиеся вблизи твердой поверхности, «прилипают» к ней, поэтому скорость слоя жидкости у стенки трубы = 0. По мере удаления от твердой поверхности скорость движения жидкости увеличивается.

Рассмотрим 2 слоя жидкости: А и В, находящиеся на расстоянии ∆у друг от друга. Из-за разности скоростей за единицу времени слой В сдвигается относительно слоя А на величину ∆U.

∆U – абс. сдвиг слоя В по слою А.

На границе раздела между слоями возникает **сила трения Т**, которая характеризуется величиной касательного напряжения.

|  |  |
| --- | --- |
|  | - касательное напряжение (напряжение трения) – это сила трения, приходящаяся на единицу площади взаимодействия слоев жидкости |

Касательное напряжение τ пропорционально деформации сдвига (градиенту скорости).

- градиент скорости

*Градиент – степень (скорость) изменения некоторого параметра по заданному направлению*

–

|  |  |
| --- | --- |
|  | - напряжение трения в жидкости, когда слои находятся бесконечно близко друг к другу |

**μ – коэффициент динамической (абсолютной) вязкости** – характеризует сопротивляемость жидкости сдвигу.

**ν – коэффициент кинематической вязкости** (т.к. в его размерности нет единиц силы или массы)

сантиСтокс – сСт = 10-2 см2/с

Вязкость жидкости зависит от температуры: чем выше температура, тем меньше вязкость.

Для воды при увел-нии

температуры от 00С до

1000С вязкость ум-ся в

7 раз.

***μ, ν = f (T),***  т.е. с ↑ Т, μ, ν ↓

Сила трения, возникающая между слоями внутри движущийся жидкости, зависит от вязкости жидкости, площади трущихся слоев и градиента скорости:

**– з. Ньютона**

Со свойством вязкости связаны следующие понятия:

|  |  |
| --- | --- |
| Идеальная жидкость - | обладает абсолютной несжимаемостью под действием внешних сил, абсолютной неименяемостью объема под действием температуры и отсутствием вязкости (сил внутреннего трения) |
| Примером идеальной жидкости является *капельная покоящаяся (неподвижная) жидкость*, т.к. капельная жидкость – несжимаемая, в неподвижном состоянии (в состоянии покоя) нет разности скоростей (градиента) соседних слоев жидкости → нет вязкости | |
| Реальная жидкость - | может сжиматься вод воздействием внешнего давления, расширяется под воздействием температуры и обладает вязкостью. |
| Примером реальной жидкости являются все *газообразные* жидкости, т.к. они являются хорошо сжимаемыми, а так же *движущиеся капельные* жидкости, т.к. в этом случае они обладают вязкостью. | |
| Ньютоновская жидкость – | касательные напряжения (внутреннее трение) пропорционально скорости сдвига одного слоя относительно другого. В покое (*V*=0) эти напряжения =0. При приложении внешней силы слои жидкости сразу начинают движение. |
| Неньютоновская жидкость – | В покое имеет некоторое начальное внутреннее напряжение, только после преодоления которого приходит в движение.  Таким образом, касательные напряжения зависят от скорости сдвига слоев и постоянной величины, характеризующей данный вид жидкости. |
| Примером такой жидкости являются битум, пульпа (гидросмесь), нефтепродукты при низких температурах и т.д. | |

1. **Кавитация** – это вскипание жидкости при понижении давления в ней до давления насыщенного пара.

При этом в жидкости образуются полости (каверны), которые заполняются выделяющимся насыщенным паром и газами, растворенными в жидкости.

Кавитация снижает пропускную способность труб, вызывает вибрацию и механические повреждения.

**Модель сплошной среды**

Законы движения и покоя жидкости и газов основываются на законах механики сплошной среды

|  |  |
| --- | --- |
| **Сплошная среда** – | это масса, физические и механические параметры которой являются непрерывными функциями координат в выбранной системе отсчета. |

Молекулярное строение жидкостей и газов заменяется сплошной средой той же массы. Это позволяет рассматривать равновесие и течение жидкости в целом без учета механизма молекулярного движения.

Выделим некоторый элемен-

тарный (т.е. бесконечно малый)

объем жидкости dW, обладаю-

щий элементарной массой dM.

– радиус-вектор, расстояние от центра координат до выделенного элементарного объема.

Согласно модели сплошной среды движение жидкости характеризуется параметрами, определенными для любой локальной точки потока в данный момент времени:

– давление

– температура

– плотность

– скорость

|  |  |
| --- | --- |
| **Скорость жидкости** – | это скорость движения жидкой частицы в данный момент времени t через данную точку пространства |
|  |  |
| **Жидкая частица** или **частица жидкости –** | это бесконечно малый объем жидкости, который при движении может изменять свою форму, но не смешивается с другими частицами. |

**Силы, действующие в жидкости**

Внешние силы, действующие на жидкий объем не могут быть сосредоточенными, а должны быть распределены либо по всему объему, либо по его поверхности.

а) **Массовые силы** – силы, приложенные ко всему объему.

На весь объем жидкости **W** действует сила .

Найдем величину этой силы,

приложенной к элементарному

объему dW:

– (для локальной точки

с координатой в данный мо-

мент времени t) определяется объемом самой частицы dW и плотностью распределения этой массовой силы **:**

Пример:

1. сила тяжести

– действует на некоторую массу

– ускорение свободного падения (=плотность распределения силы тяжести)

2. сила инерции

*F = ma*

*a* – ускорение движения тела (=плотность распределения силы инерции)

б) **Поверхностные силы** – между жидкими частицами есть взаимодействие, которое происходит через поверхность раздела этих частиц.

Рассмотрим две частицы жид-

кости с объемами *W1* и *W2*,

движущиеся со скоростями *U+dU* и *U*, и взаимодействующие между собой на площадке *S*. За счет разности скоростей этих частиц, между ними возникает сила трения *Т*, направленная в сторону, противоположную направлению движения.

Выделим элементарную

площадку dS из этой поверхно-

сти взаимодействия между

частицами.

На эту элементарную площадку действует некоторая сила , которую можно разложить на две составляющие:

– нормальная сила (по нормали к площадке) = СИЛА ДАВЛЕНИЯ (СЖАТИЯ)

– касательная сила (по касательной к площадке) = СИЛА ТРЕНИЯ.

**Нормальные напряжения** – к элементарной площадке всегда направлены ИЗ объема жидкости. Поэтому при взаимодействии двух частиц жидкости всегда существуют только силы сжатия.

**Касательные напряжения** – это напряжения трения, приводят к потере механической энергии. Направлены всегда противоположно скорости движения частиц.

**Гидростатика –**

это раздел гидравлики, в котором изучаются законы равновесия жидкостей, а так же тел, погруженных в жидкость.

*Равновесие жидкости, находящейся в неподвижном сосуде под действием силы тяжести, называется состоянием покоя.*

**Давление внутри покоящейся жидкости**

Силы, действующие на объем жидкости, делятся на поверхностные и массовые.

Массовые силы действуют на каждую частицу данного объема жидкости и пропорциональны массе.

*Например: сила тяжести, сила инерции.*

Поверхностные силы действуют на поверхности, отделяющие данный объем жидкости.

Силы могут быть нормальными (растягивающими и сжимающими) и касательными к поверхности, ограничивающей объем жидкости

нормальные нормальные

растягивающие сжимающие касательные

силы силы силы

Сопротивлением жидкости растягивающим силам пренебрегаем, касательные силы (трение) в состоянии покоя в жидкости отсутствуют. Поэтому жидкость в состоянии покоя может находиться только под действием сжимающих сил.

*Под действием сжимающих сил жидкость находится в напряженном состоянии, которое в каждой точке объема жидкости характеризуется величиной гидростатического давления* ***P[Па*** *= Н/м2].*

Выделим бесконечно

малый объем в форме

тетраэдра. На все его по-

верхности со стороны ок-

ружающей жидкости

действуют сжимающие силы, направленные по нормали ко всем граням выделенного тетраэдра. Все грани этого тетраэдра равны между собой и равны dS.

На выделенный объем действует массовая сила – сила тяжести.

(→0 т.к. мы выбрали элементарный объем).

Т.к. этот тетраэдр находится в состоянии равновесия, то действующие на его грани силы, уравновешивают друг друга.

Найдем проекции этих сил на оси:

площадка, на которую проекция площадки dS

действует сжимающая на вертикальную

сила вдоль оси *x*  плоскость

Т.к. у нас выбран равносторонний тетраэдр, то

следовательно,

***Т.о. величина гидростатического давления не зависит от ориентации площадки, на которую оно действует. Т.е. давление в данной точке жидкости одинаково во всех направлениях.***

**Дифференциальное уравнение равновесия жидкости**

**(I уравнение Эйлера)**

В неподвижном объеме жидкости выделим элементарный параллелепипед (куб) со сторонами, равными единичным отрезкам dx, dy, dz.

На выделенный куб действует массовая сила. Плотность ее распределения по осям обозначим X, Y, Z.

При переходе из т. М в т. N (вдоль оси *х*) поверхностная сила, действующая на грани, изменится на величину :

(dydz – площадка, на которую действует сила.

поверхностная сила (давление) – массовая сила –

вдоль оси Х вдоль оси Х

т.к. выделенный объем неподвижен, то эти силы уравновешивают друг друга вдоль соответствующей оси, поэтому их сумма равна 0.

Раскроем скобки:

т.к. *, (*по условию выделенэлементарный объем), то произведение окажется равным 0 только при следующим условии:

или

Сложим полученные уравнения между собой:

полный дифференциал дав-

ления dP.

**– I уравнение Эйлера**

***Жидкость находится в равновесии под действием поверхностных сил (давления) и массовых сил.***

**Интегрированное уравнение Эйлера.**

**Основное уравнение гидростатики**

**(закон Паскаля)**

Пусть массовая сила, действующая на объем жидкости, - сила тяжести G. Масса этого объема – М.

Т.к. сила тяжести направлена вниз, то X=Y=0, а Z=-g (т.к. ось z направлена вверх). Плотность распределения массовой силы по осям *x, y* отсутствует

После интегрирования первых двух уравнений получим:

|  |  |
| --- | --- |
|  | давление не зависит от координат в горизонтальной плоскости |

частную производную заменили на полный дифференциал *d*, т.к. давление зависит только от координаты *z*.

**- интегрированное уравнение Эйлера**

Рассмотрим некоторый объем

жидкости и находящуюся на

некотором уровне *z* точку А.

На свободную поверхность

действует давление P0

Тогда:

Отсюда:

Давление в т.А:

- заглубление т.А под уровень свободной поверхности

Т.о.  **основное уравнение гидро-**

**статики**

Давление на свободную поверхность принято считать атмосферным *Ратм*

Тогда:

- вес столба жидкости над точкой А.

**- давление в любой точке жидкости равно сумме давления на поверхности жидкости и давления столба жидкости над точкой.**

– избыток абсолютного давления над

атмосферным.

Если , то

**– вакуум** – это недо-

статок абсолютного давления

до атмосферного

Т.к. давление не зависит от координаты точки в горизонтальной плоскости , то давление в одной плоскости в объеме жидкости одинаково.

уровень (плоскость) равного

давления

*Если изменяется давление на поверхности жидкости, то изменяется давление в любой точке жидкости, причем на ту же величину.*

Иными словами:

|  |  |
| --- | --- |
| *Давление, приложенное к покоящейся жидкости, передается во все ее точки одинаково* | **з. Паскаля** |

Уравнению [Па]

можно придать вид:

*‑* удельный вес

[м] [м] [м]

Каждый член уравнения имеет размерность [м]. Таким образом, мы можем перейти от понятия «**давление**» к понятию «**напор**», измеряется в метрах водяного столба

1 атм (норм) = 1,013∙105 Па

1 ат (техн) = 9,80665∙104 Па

1 атм = 105 Па = 10 м в.ст. = 760 мм рт.ст. = 1 бар.

**Приборы для измерения давления**

1. Пьезометр

измеряет избыточное давление

на поверхности жидкости

|  |  |
| --- | --- |
| *пьезометрическая высота или*  *пьезометрический напор* | - это высота, на которую может подняться столб жидкости в пьезометре под действием дополнительного (избыточного, определяемого) давления |

1. Жидкостный манометр

Это пьезометр, измеряющий

избыточное давление с помо-

щью др. жидкости, не смеши-

вающейся с данной (обычно

контрастной жидкостью явля-

ется ртуть)

Приравнивают давление на поверхности раздела жидкостей

1. Жидкостный вакуумметр

Если внутри сосуда ,

то высота жидкости в колене,

примыкающем к сосуду, увели-

чивается.

*h* – соответствует вакууму (разряжению) = вакуумметрическая высота

1. Микроманометр

используется для изме-

рения малых давлений.

Отсчет по наклонной

шкале увеличивает точ-

ность измерения малой

высоты *h*.

α – угол наклона шкалы

1. Дифференциальный манометр

измеряет разность давле-

ний в 2-х точках

1. Пружинный манометр

В технике для измерения

избыточного давления исполь-

зуются пружинные манометры

и вакуумметры. Эти приборы

показывают только разность

между давлением в измеряемой

точке и атмосферным давлени-

ем.

Измеряемое давление передается в полую латунную трубку. Трубка разгибается, стрелка перемещается по шкале.

1. Пружинный вакуумметр

Используется для измерения значительного отрицательного избыточного давления. Этот прибор устроен аналогично пруженному манометру, однако, полая латунная трубка развернута наоборот. При откачивании воздуха в трубке создается пониженное давление (вакуум), за счет которого трубка сжимается, что отклоняет стрелку прибора.

**Пьезометрическая высота**

Итак,

Мы можем выразить избыточное давление в любой точке жидкости *пьезометрической высотой*, т.е. *величиной заглубления данной точки относительно пьезометрической плоскости.*

|  |  |
| --- | --- |
| ***Пьезометрическая плоскость*** | ‑это плоскость **атмосферного давления**, проходящая через уровень в пьезометре, присоединенному к сосуду |

*а)*

пьезометрическая плос-

кость находится НАД

плоскостью свободной

поверхности.

где – избыточное

давление на поверхности.

*б)*

пьезометрическая плос-

кость СОВПАДАЕТ со

свободной поверхностью

*в) ‑* вакуум

пьезометрическая плос-

кость располагается ПОД

свободной поверхностью

**Гидродинамика**

|  |  |
| --- | --- |
| **Гидродинамика** – | раздел гидравлики, где изучаются законы движения жидкости и ее взаимодействия с неподвижными и подвижными твердыми телами. |

Изучая движение жидкости, поток считают непрерывной средой, каждая точка которого характеризуется гидродинамическим давлением и скоростью движения.

|  |  |
| --- | --- |
| **Гидродинамическое давление** | – это внутреннее давление, развивающееся при движении жидкости. |
|  |  |
| **Скорость движения жидкости в данной точке** | ‑ это скорость перемещения в пространстве частицы жидкости, находящейся в данной точке. Она определяется длиной пути, пройденного частицей жидкости за единицу времени. |

Для изучения течения жидкости надо выбрать соответствующую кинематическую модель.

**Основные методы изучения движения жидкости**

1. Метод Эйлера (**!!!**)

Движение жидкости изучается путем исследования ее движения в ОТДЕЛЬНЫХ (ФИКСИРОВАННЫХ)

ТОЧКАХ НЕПОДВИЖНОГО ПРОСТАНСТВА.

Движение жидкости в отдельных точках пространства характеризуется:

*Р* – гидродинамическим давлением и

*U (*) – скоростью (ее проекциями на оси) движения жидкости в этой фиксированной точке.

Зависимость гидродинамического давления и скорости от времени и координаты позволяет в любой момент времени построить картину движения жидкости, а, следовательно, и изучить движение жидкости.

1. Метод Лагранжа (**-**)

Исследуется движение отдельных частиц жидкости.

В начальный момент времени выбирается частица жидкости с координатами *a, b, c.* Тогда

|  |  |
| --- | --- |
|  | координаты частицы жидкости в пространстве в момент времени *t* |

Соответственно:

|  |  |
| --- | --- |
|  | Скорость (ее проекции) движения частицы жидкости в момент времени *t*. |

Этот метод относительно сложен и не нашел широкого применения в гидравлике.

**Виды движения жидкости**

1. *Неустановившееся неравномерное движение жидкости* –

|  |  |
| --- | --- |
|  | характеристики движения жидкости (*P, U*) в рассматриваемых точках пространства изменяются со временем и зависят от координат рассматриваемых точек пространства |

движение под пе-

ременным напором

по трубе *перемен-*

*ного* сечения

1. *Неустановившееся равномерное движение жидкости* –

|  |  |
| --- | --- |
|  | характеристики движения жидкости (*P, U*) в рассматриваемых точках пространства изменяются со временем и *не* зависят от координат рассматриваемых точек пространства |

движение под пе-

ременным напором

по трубе *постоян-*

*ного* сечения

1. *Установившееся неравномерное движение* –

|  |  |
| --- | --- |
|  | *P, U* зависят от координат рассматриваемых точек пространства и не изменяются со временем |

движение в трубах

переменного

сечения

1. *Установившееся равномерное движение* –

|  |  |
| --- | --- |
|  | *P, U* не зависят ни от времени, ни от координат выбранных точек |

скорость не зависит ни от времени, ни от координат

движение в трубах

постоянного

сечения

**Дифференциальные уравнения движения**

**невязкой жидкости**

**(уравнения Эйлера)**

Вспомним уравнения Эйлера для покоящейся жидкости (гидростатика):

→

Это уравнения равновесия покоящейся жидкости под действием поверхностной силы (давления) и массовой силы (веса), отнесенные к единичной массе.

При движении жидкости это равенство 0 не выполняется. Под действием движения жидкость приобретает некоторое ускорение:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | полный дифференциал величины , зависящей от t, x, y, z. |

Вспомним:

Подставим полученные значения ускорений сил инерции в предыдущую систему уравнений Эйлера:

**Это уравнения Эйлера для движения невязкой (идеальной) капельной жидкости**

Эти уравнения имеют 4 неизвестных величины: P, , , . А так как в систему входят только 3 уравнения, то необходимо составить еще одно уравнение, связывающее эти величины. Таким уравнением является уравнение НЕРАЗРЫВНОСТИ (или СПЛОШНОСТИ) среды.

**Уравнение неразрывности в дифференциальной форме**

Законы покоя и движения любой жидкости основаны на законах механики сплошной среды.

|  |  |
| --- | --- |
| **Сплошная среда** – | это масса, физические и механические параметры которой являются непрерывными функциями координат в выбранной системе отсчета. |

Молекулярное строение жидкостей и газов заменяется сплошной средой той же массы. Это позволяет рассматривать равновесие и течение жидкости в целом без учета механизма молекулярного движения.

*Уравнение неразрывности (сплошности) основано на законе сохранения масс и исходит из того, что внутри движущейся жидкости не может произойти разрыв (т.е. не может образоваться пустота), и, следовательно, не может образоваться переуплотнение.*

В движущемся потоке жидкости выделим элементарную массу , занимающею в начальный момент времени объем .

В начальный момент времени:

Рассмотрим две точки А и В, принадлежащие одному ребру АВ. Т.к. эти точки находятся на расстоянии единичного отрезка друг от друга, то и проекции скорости в этих точках в начальный момент времени так же отличаются друг от друга:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| т. А |  | т. В |  |

Таким образом, частицы жидкости в точках А и В одного ребра АВ будут двигаться с разными скоростями. За время *dt* частицы в точках А, В пройдут разный путь. Следовательно, длина ребра АВ изменится на величину:

В результате этого новая длина ребра АВ станет:

|  |  |
| --- | --- |
|  | ‑ новая длина ребра АВ вдоль оси Х   * новая длина ребра вдоль оси Y * новая длина ребра вдоль оси Z |

При этом объем параллелепипеда через время *dt* стал:

т.к. для капельной жидкости , масса, выделенная изначально из потока, не изменилась.

Открыв скобки и отбросив бесконечно малые слагаемы, получим:

не равны 0, следовательно

**Уравнение неразрывности для капельной жидкости в дифференциальной форме**

|  |  |
| --- | --- |
| Физ. смысл: | если изменение скорости в направлении одной или двух осей положительно, то в направлении др. осей это приращение будет отрицательным. В итоге, сумма изменения проекций скоростей будет =0. |

**Дифференциальные уравнения движения вязкой жидкости**

**(уравнения Навье-Стокса)**

При течении реальных жидкостей и газов в потоке возникают напряжения, которые раскладываются на нормальные и касательные составляющие к площадкам, ка которых они действуют.

В таком потоке можно рассматривать две системы напряжений:

а) нормальные напряжения – давление, однозначно определяемое в любой точке потока;

б) дополнительные напряжения, состоящие из трех нормальных трех касательных составляющих; эта система напряжений зависит в каждой точке потока от ориентации площадки, на которой возникают напряжения.

()

Выберем внутри потока жидкости элементарный малый объем в форме параллелепипеда со сторонами *dx, dy, dz*.

В плоскостях координат возникают кроме давления еще три нормальные и три касательные составляющие дополнительного напряжения.

Рассмотрим проекцию сил, возникающих на гранях этого объема под действием дополнительных напряжений, **на ось *ОХ***:

все приращения в

положительном

направлении оси ОХ

На гранях, нормальных к оси, действуют силы, определяемые нормальными составляющими напряжения:

влево: вправо:

Итого:

На гранях, параллельных плоскости xOz, действуют силы:

Аналогично для проекций сил на оси OY, OZ.

Прибавим эти силы, отнесенные к единице массы жидкости или газа, к правой части уравнений Эйлера (см. «уравнения движения невязкой жидкости»). В результате получим условия динамического равновесия в точке потока при печении реальной жидкости или газа:

Ньютоновские (реальные) жидкости и газы обладают следующими физическими свойствами: напряжения, определяемые вязкостью, линейно зависят от частных производных скорости по координатам; обладают свойством изотропности (одинаковости свойств во всех направлениях).

Таким образом, зависимость напряжений от частных производных соответствующих составляющих скорости потока запишем так:

Теперь определим силы, возникающие в точке потока за счет вязкости для течения ньютоновской жидкости.

Проекция на ось *ОХ* сил вязкости, отнесенных к единице объема и действующих в точке, определяемой координатами *x, y, z*:

Продифференцируем уравнение неразрывности по *x* и получим:

Отсюда:

Перепишем уравнения Эйлера с учетом этих дополнительных сил:

Уравнения Навье-Стокса

Эти уравнения используются при изучении движения вязкой жидкости в пограничном слое и при изучении закономерностей подобия и физического моделирования гидро- и аэродинамических явлений.

**Элементарная струйка жидкости**

Для изучения законов движения жидкости введем новые понятия.

1. В потоке жидкости выберем и соединим линией такие **частицы жидкости, у которых вектор скорости был бы направлен по касательной к этой линии**.

Такая линия называется **линией тока**.

*Линии тока не могут пересекаться, т.к. в точке пересечения было бы два вектора скорости, направленны в разные стороны (КРОМЕ стенок, где V=0).*

1. Если в потоке выделить элементарную площадку и через ее контур провести совокупность линий тока, то они образуют **трубку тока**

ни одна частица жидкости

не может пересечь трубку тока,

т.е. трубка тока не проницаема

для частиц жидкости

1. Жидкость, протекающая внутри трубки тока, называется **элементарной струйкой**.

*Свойства элементарной струйки:*

а) при установившемся движении элементарной струйки не пересекаются и не меняют свою траекторию и положение в пространстве

б) элементарные струйки не размываются

1. **Живое сечение** элементарной струйки – это сечение, перпендикулярное вектору скорости.

*dω*

1. **Элементарный расход жидкости** – это объем жидкости, протекающей за единицу времени через живое сечение струйки
2. **Поток жидкости** – это совокупность элементарных струек
3. **Живое сечение потока** – это сечение, перпендикулярное во всех своих точках к вектору скорости в этих точках
4. **Расход жидкости** – это количество жидкости, проходящей через живое сечение потока за единицу времени

[Q]=м3/с, л/с

Расход жидкости определяется нормальной к живому сечению составляющей вектора скорости:

**Уравнение неразрывности в гидравлической форме**

Т.к.

1) элементарная струйка не проницаема для частиц жидкости

2) капельная жидкость несжимаема

3) жидкая среда неразрывна

то ***расход жидкости в элементарной струйке по всей ее длине остается постоянным***

Докажем это:

**За единицу** времени через

сечение 1 в трубку тока

поступает **масса** жидкости:

Через 2-ое сечение **за это же время** пройдет масса жидкости:

Через 3-ье сечение **при этом** вытечет масса жидкости:

Исходя из закона сохранения массы () и неразрывности среды ():

- массовый расход

– объемный расход

Для потока жидкости:

|  |  |
| --- | --- |
|  | ***Сколько жидкости втекает в объем за некоторое время, столько же жидкости и вытекает из этого объема за то же время*** |

Расход, измеряемый в , называется ***массовый расход*** – *это масса жидкости, протекшей через живое сечение потока за единицу времени.*

Для капельных жидкостей ():

т.к.

Для газообразных жидкостей ():

**Уравнение Д. Бернулли для элементарной**

**струйки идеальной (невязкой) жидкости**

Запишем уравнения Эйлера для движущейся жидкости:

Если на жидкость действует только сила тяжести, то *X=0, Y=0, Z=-*

Для установившегося движения:

т.е.

Преобразуем правый трехчлен уравнения:

Таким образом: или

|  |  |
| --- | --- |
|  | все слагаемы отнесены к единице массы |
| Дж Дж Дж |

После интегрирования:

|  |  |
| --- | --- |
|  | *Уравнение Бернулли для элементарной струйки идеальной жидкости при установившемся движении –* ***выражает закон сохранения энергии ‑*** |

**полная механическая энергия (сумма потенциальной и кинетической энергий) по длине элементарной струйки идеальной жидкости остается постоянной.**

Физическая интерпретация:

– *потенциальная энергия положения* выделенного сечения элементарной струйки жидкости относительно горизонтальной плоскости сравнения, отнесенная к единице массы;

– *потенциальная энергия давления* в выбранном сечении элементарной струйки жидкости, отнесенная к единице массы;

– *полная потенциальная энергия* в выбранном сечении элементарной струйки жидкости, отнесенная к единице массы;

– *кинетическая энергия* элементарной струйки идеальной жидкости в выбранном сечении, отнесенная к единице массы;

– *полная механическая энергия* элементарной струйки идеальной жидкости в выбранном сечении, отнесенная к единице массы.

Геометрическая интерпретация:

Разделим все слагаемые на :

|  |  |
| --- | --- |
|  | все слагаемые отнесены к единице веса |
| м м м |
| геометри- пьезомет- скоростной  ческий рический напор  напор напор |  |

В этом случае мы можем говорить не о разных видах энергии, а о напорах (хотя физических смысл уравнения не изменился).

После интегрирования:

|  |  |
| --- | --- |
|  | *Уравнение Бернулли для элементарной струйки идеальной жидкости при установившемся движении –* ***выражает закон сохранения энергии ‑*** |

**полный напор (сумма гидростатического и скоростного напоров) по длине элементарной струйки идеальной жидкости остается постоянным.**

– *геометрический напор* – это положение центра тяжести выделенного сечения элементарной струйки жидкости относительно горизонтальной плоскости сравнения;

– *пьезометрический напор* - это высота, на которую могла бы подняться жидкость в пьезометре, присоединенном к выбранному сечению элементарной струйки жидкости;

– *гидростатический напор* в выбранном сечении элементарной струйки жидкости;

– *скоростной напор* элементарной струйки идеальной жидкости в выбранном сечении;

– *полный напор* элементарной струйки идеальной жидкости в выбранном сечении.

**Диаграмма уравнения Бернулли для элементарной струйки идеальной жидкости**

1

2

плоскость сравнения

линия пьезометрического напора

линия полного напора

линия геометрического напора

x

z, м

если ω ↓, то U ↑, а Р ↓

если ω ↑, то U ↓, а Р ↑

т.к. т.к.

з. сохранения массы з. сохранения энергии

(ур. баланса расходов) (ур. Бернулли)

**Уравнение Бернулли**

**для потока реальной жидкости**

При течении реальной жидкости силы, определяемые вязкими напряжениями, производят работу, полностью переходящую в тепловую энергию.

Рассмотрим баланс энергии в

элементарной струйке реальной

жидкости между сечениями 1 и 2

Введем ограничения:

1. Движение жидкости установившееся (не меняется с течением времени).
2. Давление в сечениях 1 и 2 распределяется по гидростатическому закону. Значит, скорости в любой точке сечения одинаковы.
3. Обмен теплом и механической энергией с внешней средой отсутствует.

Энергия движущейся жидкости равна сумме механической и внутренней энергии. **По закону сохранения энергии эта суммарная энергия остается постоянной**.

При движении реальной жидкости от сечения 1 к сечению 2 происходит необратимый переход механической энергии во внутреннюю (тепловую).

|  |  |
| --- | --- |
| *Потери механической энергии* = гидравлические потери | ‑ это работа сил вязкости, произведенная между двумя сечениями потока и отнесенная к единице массы (объема) |
| *Потери напора* | ‑ это работа сил вязкости, отнесенная к единице веса |

Запишем ур. Бернулли для элементарной струйки реальной жидкости:

мех. энергия мех. энергия внутр.

1-го сечения 2-го сечения энергия

Механическая энергия элементарной струйки:

Для потока жидкости:

Распишем слагаемые:

Для единицы массы потока за единицу времени:

Для единицы массы потока за единицу времени:

Вычисление по скорости элементарной струйки *U* затруднено, т.к. не всегда определима. Перейдем к средней по сечению скорости потока .

Тогда

Рассчитывая потока по средней по сечению скорости, надо учитывать неравномерность распределения скоростей по сечению (за счет сил внутреннего трения в жидкости):

для этого вводится специаль-

ный поправочный коэффициент

|  |  |
| --- | --- |
| Коэффициент Кориолиса α | ‑ это отношение действительной потока, подсчитанной по скоростям элементарных струек, к , подсчитанной по средней скорости потока. |

Теперь запишем ур. Бернулли для потока реальной жидкости (когда энергия отнесена к единице массы):

**Ур. Бернулли выражает закон сохранения энергии.**

–для турбулентных (скоростных) течений, в практике эта неточность учитывается величиной

– для ламинарного (медленного) режима течения жидкости

**Диаграмма уравнения Бернулли**

**для потока реальной жидкости**

– полный напор в данном сечении потока жидкости. Тогда *закон сохранения энергии в гидравлической форме записи* будет выглядеть так:

*Полный напор в начале потока тратится на поддержание полного напора в конце потока и преодоление потерь энергии между выделенными сечениями.*

*Линия начального напора* ‑ всегда проводится горизонтально через точку полного напора 1-го сечения для анализа изменения полного напора по длине потока жидкости;

*Линия полного напора* – может быть только убывающей, но угол наклона может изменяться, т.к. зависит от величины потери напора на каждом конкретном участке трубопровода. Эта линия показывает изменение полной механической энергии по длине потока реальной жидкости;

*Линия пьезометрического напора* – может быть как убывающей, так и возрастающей, т.к. зависит от давления в выбранном сечении (чем шире сечение трубопровода, тем меньше в нем скорость и больше давление). Эта линия показывает изменение полной потенциальной энергии потока реальной жидкости;

*Линия оси потока* – может быть возрастающей, убывающей, вертикальной или горизонтальной (зависит от расположения участка трубопровода), соответствует линии геометрического напора;

*Плоскость сравнения* – всегда проводится только горизонтально, т.к. от нее отмеряются все высоты. Эту плоскость можно проводить на любом уровне, однако, если трубопровод имеет горизонтальный участок, то удобнее плоскость сравнения проводить через ось этого горизонтального участка;

*Эпюра потерь напора* – это область между линиями начального и полного напоров. Т.к. линия полного напора может только убывать, а линия начального напора горизонтальна, то площадь эпюры потерь напора всегда только увеличивается при переходе от 1-го сечения ко 2-ому. Эта эпюра показывает степень перехода механической энергии потока в внутреннюю (тепловую) – и этот переход необратим!

**Уклоны (потери энергии)**

Из уравнения Бернулли можно записать:

Обозначим: *L* – расстояние между сечениями 1 и 2.

|  |  |
| --- | --- |
| *Гидравлический уклон* | - уменьшение удельной механической энергии потока, отнесенное к единице его длины |

С другой стороны:

|  |  |
| --- | --- |
| *Пьезометрический уклон* | - уменьшение потенциальной энергии потока, отнесенное к единице его длины |

( - для равномерного движения)

|  |  |
| --- | --- |
| *Геометрический уклон* | - уменьшение удельной потенциальной энергии положения потока, отнесенное к единице его длины |

(, – для безнапорного равномерного движения)

**Режимы движения жидкости**

Одна и та же жидкость, протекающая в данной трубе, может иметь два различных режима течения.

|  |  |
| --- | --- |
| *Ламинарный режим* | - это такой режим движения жидкости, при котором она движется параллельными струйками или слоями, обладающими различными скоростями. |

В этом режиме элементарные струйки жидкости не изменяют свою траекторию, не размываются и не пересекаются друг с другом.

Частицы жидкости, находящиеся у стенок трубы, как бы прилипают к ним, скорость этих частиц = 0.

Из-за внутреннего трения жидкости (вязкости), эти неподвижные частицы тормозят движение соседних частиц (слоев жидкости)

Вязкостью объясняется то, что равномерное распределение скоростей в начале трубы в ламинарном потоке далее становится неравномерным и имеет вид параболы.

|  |  |
| --- | --- |
| *Турбулентный режим* | - это такой режим движения жидкости, при котором движение частиц жидкости носит хаотичный характер. |

В турбулентном режиме элементарные струйки жидкости могут размываться и пересекаться друг с другом.

Частицы жидкости совершают не только поступательное, но и поперечное движение.

Это поперечное движение частиц объясняет перемешивание жидкости при турбулентном режиме движения.

В каждой точке турбулентного потока происходят колебания (пульсации) скорости во времени около некоторого среднего значения как в продольном, так и в поперечном направлении.

Таким образом, статистическую картину турбулентного движения можно установить в результате ОСРЕДНЕНИЯ мгновенных истинных скоростей в каждой точке.

При установившемся движении местная осредненная скорость в каждой точке остается постоянной за достаточно продолжительный промежуток времени.

**Опыт Рейнольдса**

В 1883 г. английский физик Рейнольдс провел опыты, доказывающие, что при определенных условиях ламинарное движение переходит в турбулентное.

В резервуаре поддерживается постоянный уровень жидкости

краска

В трубе – установившееся движение жидкости (не зависит от времени)

вентиль, регулирующий расход,

а следовательно, и скорость дви-

жения жидкости в трубе

Краска подается в трубу двумя тонкими струйками, которые являются элементарными струйками жидкости. При постепенном ОТКРЫВАНИИ вентиля, при малой средней скорости *V* движения жидкости, эти подкрашенные элементарные струйки жидкости не размываются и не перемешиваются, не изменяют свою траекторию.

При дальнейшем открывании вентиля, т.е. при увеличении средней скорости движения жидкости в трубе, характер движения элементарных струек будет меняться.

При некотором значении скорости ламинарный режим перестает существовать

Краска размывается, что гово-

рит о поперечном движении

частиц жидкости

Можно осуществить обратный переход к ламинарному режиму, постепенно уменьшая скорость *V* движения жидкости. Этот переход осуществится при некоторой скорости

При этом

Рейнольдс проводил опыты с трубами разного диаметра *d*, меняя вязкость жидкости *ν*. Им было установлено, что

, где *Re* – коэффициент пропорциональности.

Отсюда:

– безразмерная величина

– ламинарный режим

– переходный режим

– турбулентный режим

|  |  |
| --- | --- |
| *Переходный режим* | - это такой режим движения жидкости, когда ламинарный режим УЖЕ неустойчивый, а турбулентный – ЕЩЕ неустойчивый. |

**При ламинарном режиме преобладают силы трения (*Re*↓↓).**

**При турбулентном режиме преобладают силы инерции (*Re*↑↑).**

**Виды потерь механической энергии**

При движении жидкости происходят потери механической энергии. Эти потери бывают двух типов:

|  |  |
| --- | --- |
| 1. *потери энергии по длине трубопровода* | ‑ происходят за счет сил внутреннего трения (вязкости) жидкости;  при взаимодействии вязкой жидкости с шероховатыми стенками трубы. |
| 2. *потери энергии на местный сопротивлениях (арматуре)* | ‑ определяются изменением скорости движения потока жидкости как по величине, так и по направлению, зависят от конфигурации элемента. |

**Определение потерь напора является одной из важнейших задач гидравлики.**

Введем новое понятие:

|  |  |
| --- | --- |
| *Гидравлический радиус*  **R** | - это отношение площади живого сечения потока **ω** к смоченному периметру **χ** |

Для круглого сечения (трубы):

|  |  |
| --- | --- |
| Для открытого русла прямоугольного сечения: |  |

**Уравнение равномерного движения жидкости.**

**Общее выражение для потерь напора**

**по длине потока**

*Равномерное движение* - это установившееся движение жидкости, при котором скорости частиц жидкости не изменятся по траектории движения.

0

0

1

2

В потоке жидкости выделим цилиндр длиной *l* площадью живого сечения ω.

и – координаты сечений.

и – давления в сечениях

На этот цилиндр действуют: сила тяжести *mg*, сила трения *Fтр* и сила давления.

При равномерном движении все силы находятся в равновесии, а значит, сумма проекций всех сил на любую ось равна 0.

Рассмотрим проекции этих сил на ось выделенного цилиндра.

- проекция силы тяжести:

- проекции сил давления:

> 0, т.к. давление действует сонаправленно вектору скорости;

< 0, т.к. давление действует противоположно направленно вектору скорости.

- проекция силы трения:

*Fтр* < 0, т.к. сила трения всегда действует противоположно направленно вектору скорости. Сила трения вызвана касательными напряжениями, возникающими при движении вязкой жидкости.

Обозначим:

– удельное сопротивление (касательное напряжение)

– среднее удельное сопротивление, т.к. характер трубы по длине не однороден.

Сумма проекций всех сил:

Разделим все слагаемые уравнения на :

Тогда:

или

Но с другой стороны, при равномерном движении (

*–* потери напора по длине потока.

Тогда: уравнение равномерного движения, определяет потери напора по длине цилиндра, выделенного в потоке движущейся жидкости, длиной *l*.

*–* гидравлический уклон для равномерного движения вязкой жидкости.

Для решения практических задач необходимо уточнить и конкретизировать величину , зависящую от ряда факторов.

**Ламинарный режим.**

**Распределение скоростей по сечению.**

**Потери напора при ламинарном режиме**

Найдем закон распределения скорости по поперечному сечению трубы.

Вспомним, что ламинарное движение жидкости имеет слоистый характер и происходит без перемешивания. Один слой движется по другому, при этом между ними возникает сила трения, характеризуемая касательными напряжениями

выделим в потоке жидкости

радиуса цилиндрик радиуса

с толщиной стенки (слой)

Касательное напряжение, возникающее на единичной площадке (S=1) боковой поверхности цилиндра:

В цилиндрической трубе , т.к. функция *dU* по мере увеличения *r* убывает, т.е.

Подставим это значение в уравнение равномерного движения :

После интегрирования:

Определим, чему равна константа интегрирования С при и (на стенке трубы):

Тогда

|  |  |
| --- | --- |
|  | – параболический закон распределения скоростей по сечению потока при ламинарном режиме движения жидкости |
|  |

1) Максимальная скорость будет на оси потока (на линии, наиболее удаленной от стенок трубы) при :

2) Средняя скорость определяется по фактическим скоростям:

Для определения средней скорости определим, чему равны и :

тогда

а значит

Определим потери напора (гидравлический уклон) при ламинарном режиме. Выразим из уравнения для средней скорости:

Домножим обе части на *l*:

– потери напора при лам. режиме

*V, м/с*

*hl, м*

Видоизменим эту формулу:

,

– формула Пуазейля

**Турбулентный режим**

В большинстве случаев жидкость движется в трубах и каналах при турбулентном режиме. Поэтому такому режиму движения в гидромеханике уделяют особое внимание. Это движение начинается при

При достижении на контактной поверхности потока с трубой постоянно зарождаются вихри различного размера и частоты.

Эти вихри отрываются от

стенок трубы и пронизывают

всю толщину поступательного

потока, нарушая послойное

движение, характерное для ламинарного режима, и вызывая в нем турбулентное перемешивание.

За счет интенсивного вихреобразования частицы жидкости при турбулентном движении описывают сложные траектории. При этом местные скорости не сохраняются постоянными даже в том случае, если расход потока постоянен во времени. Т.е. скорость в каждой точке турбулентного потока непрерывно меняется как по величине, так и по направлению.

*Скорость в точке турбулентного потока называется мгновенной местной скоростью*.

**Теория турбулентного переноса Прандтля**

Согласно теории Прандтля непосредственно у стенки возникает некоторый пограничный слой.

В части этого слоя у самой стенки трубы режим движения жидкости ламинарный, поэтому эта часть слоя называется ЛАМИНАРНОЙ ПЛЕНКОЙ.

Сразу за ламинарной пленкой располагается тонкий слой жидкости, являющийся ПЕРЕХОДНОЙ ЗОНОЙ между ламинарной пленкой и ТУРБУЛЕНТНЫМ ЯДРОМ потока.

Толщина ламинарной пленки может быть определена:

где *r* – радиус потока.

В ламинарной пленке (доли миллиметра) турбулентного потока скорость меняется по линейному закону от 0 см/с на стенке до среднего значения *V* (от нескольких см/с до нескольких м/с).

В турбулентном ядре потока скорость распределяется практически равномерно и близка к среднему значению. Такое распределение скорости объясняется интенсивным перемешиванием жидкости в этой зоне.

При турбулентном движении в жидкости возникает касательное напряжение τ , которое зависит не только от вязкости (т.е. сопротивления трения), как это происходит при ламинарном режиме, но и *от сопротивления турбулентного перемешивания, связанного с переносом количества движения (обменом импульсами) от струйки к струйке*.

Рассмотрим турбулентный поток, текущий вдоль неограниченной твердой поверхности.

На стенку действует сила тре-

ния, направленная вдоль оси Х.

Эта сила трения вызвана каса-

тельным напряжением τ.

τ - не что иное, как импульс, передаваемый жидкостью твердой стенке, т.е. определяет количество движения, передаваемого от более удаленных от стенки слоев жидкости к менее удаленным.

Наличие этого потока импульса связано с градиентом скорости вдоль оси Y:

где ‑ постоянная Планка (эмпирическая

величина)

‑ динамическая скорость, определяемая касательным напряжениям на стенке.

На бесконечно малых расстояниях δ от стенки начинает играть роль вязкость жидкости. В этой зоне (т.к. вязкость начинает играть роль при Re↓↓ (≈ 1). Отсюда .

Проинтегрируем это выражение:

Для определения константы интегрирования необходимо учесть, что на расстоянии δ от твердой стенки должно выполняться соотношение :

Так что

- *логарифмический* профиль скорости – определяет распределение скорости в турбулентном потоке, текущем вдоль твердой поверхности (стенки).

**Потери напора на трение по длине потока в турбулентном режиме (формула Дарси)**

Вспомним: – формула Пуазейля – *потери напора в ламинарном режиме пропорциональны средней скорости движения и не зависят от шероховатости внутренней поверхности стенок трубы*.

Это можно объяснить тем, что первый слой жидкости «прилипает» к стенкам трубы (*V=0*), в результате чего происходит трение жидкости о жидкость, а не о твердую поверхность стенок трубы.

Умножим и разделим формулу Пуазейля на «*2V*»:

λ – коэффициент гидравлического трения

– ламинарный режим

(частный случай)

– **формула Дарси** - Вейсбаха

В общем случае эта формула справедлива как для ламинарного, так и для турбулентного режимов. Корректировка этой формулы в зависимости от режима течения жидкости происходит за счет коэффициента λ.

*V, м/с*

*hl, м*

*Vкр*

*~V*

*лам*

*~V2*

*турб*

**Зоны гидравлического сопротивления**

Поверхность стенок труб и каналов не является абсолютно гладкой – она шероховата.

**∆** ‑ абсолютная шероховатость ‑

это текущая величина выступов

на внутренней поверхности

стенок трубы. [м, мм]

**∆экв.** – эквивалентная шероховатость ‑ среднее значение абсолютной шероховатости. [м, мм]

– относительная шероховатость, безразмерная величина.

- относительная гладкость, безразмерная величина.

Абсолютная шероховатость зависит от материала труб и технологии их изготовления.

новые стальные загрязненные

трубы трубы

По соотношению толщины ламинарной пленки δ и величины эквивалентной шероховатости ∆экв. трубы можно выделить несколько гидравлических зон:

1. *Гидравлически гладкие трубы*

– лам. режим

или ф-ла Блазиуса

1. *Гидравлически шероховатые трубы*
2. Смешанная зона сопротивления

– переходный. режим

ф-ла Альтшуля

1. Квадратичная зона сопртивления

– переходный. режим

ф-ла Шифринсона

**Местные гидравлические сопротивления**

|  |  |
| --- | --- |
| *Местные гидравлические сопротивления* | ‑ участки трубопровода, на которых вектор скорости меняется по направлению или значению |

Под местными гидравлическими сопротивлениями понимаются: резкие повороты;

внезапные сужения и расширения;

арматура (вентили, краны, сетки …);

тройники, крестовины (отделение части потока или слияние нескольких потоков в один).

На преодоление этих местных сопротивлений тратится часть энергии потока, т.е. есть местные потери напора.

При наличии в трубопроводе местных сопротивлений возникает изменение режима движения жидкости. Это изменение режима влечет за собой изменение скорости по величине и направлению, а значит, перераспределение скорости по сечению потока, возникновение водоворотов, образование противотоков и завихрений.

В результате исследований была установлена зависимость:

– формула Вейсбаха, где

– коэффициент местного сопротивления. Это опытный коэффициент, зависит от вида местного сопротивления.

[] – безразмерная величина

*V* – скорость **сразу за** местным сопротивлением

Если , то

1. *Внезапное расширение трубы*

1

2

*V*

В месте расширения трубопровода жидкость отрывается от стенок и движется в виде струи.

Поверхность раздела между струей и остальной жидкостью неустойчива, на ней возникают вихри. В результате этого транзитная струя перемешивается с окружающей жидкостью.

Жидкость из центральной струи за счет возникновения вихрей вовлекается в кольцевую зону.

Составим уравнение Бернулли:

Запишем теорему импульсов:

изменение количества сумма всех сил, прило-

движения женных к жидкости

Основываясь на уравнении неразрывности :

подставим в уравнение Бернулли

– **формула Борда**

Преобразуем эту формулу (домножим и разделим на – скорость **до** местного сопротивления):

или

домножим и разделим на – скорость **после** местного сопротивления:

Обозначим: тогда

т.к. , то

|  |  |
| --- | --- |
|  | для – скорости **до** местного сопротивления |
|  | для – скорости **после** местного сопротивления |

1. *Выход из трубы в резервуар*

Из формулы Борда:

1

2

0

т.к.

1. *Внезапное сужение трубы*

1

2

*V2*

*V1*

*Vсж*

При переходе из трубы большего сечения в трубу меньшего сечения происходит сжатие потока и на некотором расстоянии от входа в узкую трубу поток достигает наименьшую площадь сечения.

Это происходит за счет того, что частицы жидкости, проходя через точку соединения труб, еще какое-то время сохраняют свою траекторию, и лишь затем постепенно струя начинает расширяться.

Происходящие при этом потери напора связаны, главным образом, с увеличением сечения струи на участке расширения (потери на участке сжатия при турбулентном движении незначительны).

1. *Вход в трубу из резервуара*

0

1

2

т.к.

1. *Постепенное расширение трубы – диффузор*

*P1V1ω1*

*P2V2ω2*

*P1 < P2*

При движении жидкости в диффузоре скорость потока постепенно уменьшается, а давление увеличивается.

Слои жидкости у стенок обладают столь малой кинетической энергией, что не могут преодолеть нарастающего давления, останавливаются и начинают двигаться обратно.

При столкновении основного потока с обратными течениями возникают отрыв потока от стенки и вихреобразования, что ведет к потерям напора. Интенсивность этих явлений возрастает с увеличением угла конусности (раскрытия) диффузора.

Основные характеристика диффузора:

α – угол конусности (раскрытия)

– степень раскрытия

Потери напора с учетом расширения диффузора зависит от угла раскрытия. Наименьшие потери напора обеспечиваются углом раскрытия < 200.

Для упрощения формулы расчета потерь напора в диффузоре можно ввести поправочный коэффициент:

φдиф – выражает потери в диффузоре в долях от потерь при внезапном расширении;

φдиф в основном зависит от угла раскрытия конуса и мало меняется с изменением длины диффузора.

1. *Постепенное сужение трубы – конфузор*

*P1V1ω1*

*P2V2ω2*

*P1 > P2*

При движении жидкости в конфузоре скорость потока постепенно увеличивается, а давление соответственно падает.

Т.к. жидкость в конфузоре движется от большего давления к меньшему, то причин для возникновения противотока (как в диффузоре) нет.

Отрыв потока от стенки с небольшим сжатием возможен на выходе из конфузора в месте его соединения с трубой. Поэтому потери напора в конфузоре всегда меньше, чем в диффузоре с теми же геометрическими характеристиками.

Потери напора на сужение становятся ощутимыми при

α > 500

для

1. *Изменение направления движения потока*

Плавный поворот трубы

*ωсж*

Внезапный поворот трубы (колено)

Для плавного поворота трубы: в результате искривления потока на вогнутой стороне трубы давление больше, чет на выпуклой. Из-за этого жидкость движется с различной скоростью, что приводит к отрыву потока от стенок трубы. В результате этого образуется сжатое сечение потока, после которого идет расширение струи. При этом возникают значительные потери напора.

При резком повороте трубы потери напора особенно велики.

По формуле Борда:

– коэффициент сжатия потока, зависит от угла поворота α.

при α = 0 0 ε = 1

при α = 90 0 ε = 0,5 т.е. ширина вихря составляет около половины ширины трубы

Для плавного поворота зависит от угла поворота.

где *a* – опытный коэффициент, зависящий от угла поворота.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| α0 | *a* | α0 | *a* |
| 20 | 0,4 | 100 | 1,05 |
| 30 | 0,55 | 120 | 1,13 |
| 40 | 0,65 | 140 | 1,2 |
| 50 | 0,75 | 160 | 1,27 |
| 60 | 0,83 | 180 | 1,33 |
| 70 | 0,88 |  |  |
| 80 | 0,95 |  |  |
| 90 | 1 |  |  |

Если на трубе установлено несколько местный сопротивлений, то сопротивления всей системы определяется как сумма:

Это правило выполняется только при условии, что расстояние между местными сопротивлениями достаточно велико .

В случае, когда расстояние между отдельными местными сопротивлениями меньше длины влияния, возмущающее влияние одного местного сопротивления сказывается на других.

Это можно объяснить так: поток после первого местного сопротивления не успевает выровняться и потери напора, которые израсходовались бы на это выравнивание, экономятся.

**Истечение жидкости**

Законы истечения жидкости из отверстия или насадка имеют большое значение для решения многих технических задач:

- расчет и создание сильной дальнобойной струи;

- расчет распространения струи в массе жидкости;

-обеспечение быстрого опорожнения резервуара и т.д.

**Истечение из отверстия в тонкой стенке**

*Стенка считается тонкой, если ее толщина .*

ω1,P1

ωcж, P0, *V*

dотв

dсж

*Отверстие малое, если его диаметр (Н – действующий напор).*

1. *Сжатие струи*

Как показывают опыты, струя жидкости, выходя из отверстия, сжимается. На расстоянии струя претерпевает наибольшее сжатие. Это сжатие струи происходит за счет инерционности частиц, приближающихся к отверстию по радиальным направлениям (особенно вдоль стенок резервуара).

За сжатым сечением струя практически не расширяется, а при больших скоростях струя может распадаться на капли.

В зависимости от расположения отверстия относительно стенок резервуара различают совершенное и несовершенное сжатие.

|  |  |
| --- | --- |
| *Совершенное сжатие* | - если расстояние между отверстием и любой стенкой резервуара |

В этом случае стенки не влияют на истечение жидкости (на направление векторов скорости частиц жидкости).

|  |  |
| --- | --- |
| *Несовершенное сжатие* | - если расстояние между отверстием и любой стенкой резервуара не превышает 3 |

В этом случае стенки оказывают направляющее влияние на характер движения частиц жидкости.

Характер сжатия:

Рассмотрим дно резервуара с тремя отверстиями:

1

2

3

Для отверстия № 2 (в центре) наблюдается сжатие струи по всему периметру отверстия.

Для отверстия № 3 нет сжатия струи вдоль одной стенки резервуара.

Для отверстия № 1 нет сжатия струи вдоль двух стенок резервуара.

, т.к.

Для характеристики сжатия струи при истечении жидкости из отверстия вводится понятие КОЭФФИЦИЕНТА СЖАТИЯ СТРУИ:

В обычных условиях при истечении воды из малого отверстия в тонкой стенке большого резервуара

1. *Скорость истечения*

Для определения скорости истечения запишем уравнение Бернулли для сечений 1 и 2:

2

1

H

( , для истечения жид-кости из открытого резервуара с постоянным уровнем жидкости в атмосферу)

– формула Вейсбаха

отсюда:

φ – коэффициент скорости

Для истечения жидкости из малого отверстия из большого резервуара – малая величина.

В общем случае :

Для истечения холодной воды:

1. *Расход жидкости*

Для расчета расхода жидкости через отверстие используем формулу:

, где

Подставим эти значения в исходную формулу:

Обозначим: - коэффициент расхода

Для истечения воды:

**Истечение жидкости через насадки**

Если стенка, через отверстие в которой происходи истечение, много больше по толщине, чем , то характер истечения значительно изменяется, т.к. стенка влияет на направление движения частиц жидкости в струе.

|  |  |
| --- | --- |
| *Насадок (сопло)* | ‑ короткая трубка, присоединенная к тонкой стенке |

Присоединение насадка к отверстию изменяет вытекающий из сосуда расход, а значит, оказывает влияние на время опорожнения сосуда, дальность полета струи.

*Некоторые типы насадков*

наружный цилиндрический

внутренний цилиндрический

конический сходящийся

конический расходящийся

коноидальный (плавный вход)

Рассмотрим истечение жидкости из наружного цилиндрического насадка

При входе в насадок струя сжи-

мается, крайние элементарные

струйки движутся по плавным кривым.

На входе в насадок возникает сжатое сечение струи, вокруг которого образуются вихревые области. На преодоление этих вихрей требуются затраты энергии.

Затем струя расширяется (происходит инверсия струи), и струя выходит из насадка полным сечением.

Таким образом, коэффициент сжатия струи на выходе из насадка

Составим уравнение Бернулли для сечений 1 и 2:

Тогда: т.к.

**то – вакуум в сжатом сечении в насадке**

Величина вакуума зависит от напора Н над центром насадка

(опытные данные)

(предел)

Но реально этот предел снижают до м вод.ст. При превышении этого вакуума произойдет отрыв жидкости от стенок насадка.

Максимальный напор Н, после которого происходит срыв вакуума:

м вод.ст.

Кроме того, вакуум может быть сорван, если недостаточна длина насадка

*Расход через насадок*

, где

Но т.к. , то

*Некоторые характеристики*

*основных типов насадков*

– угол конусности

при :

при :

Эти насадки используют для увеличения выходной скорости струи (в пожарных брандспойтах…)

при

Эти насадки используют для увеличения расхода, но при этом уменьшается скорость струи.

Этот тип насадка обладает наиболь-

шей пропускной способностью, т.к.

у него наименьший коэффициент

сопротивления .